

Hoe Algebra is ontstaan

MEESTERSTUK DE GESCHIEDENIS

J. Jellesma en S. Hartman

NHL STENDEN | 3234397

Inleiding

In dit meesterstuk gaan wij in op de geschiedenis van de algebra.

Algebra is een onderdeel van de wiskunde dat zich bezighoudt met wiskundige bewerkingen en symbolen om getallen, variabelen en vergelijkingen weer te geven. De geschiedenis van de algebra gaat terug tot de oudheid met ontdekkingen die stammen uit het oude Babylonië en Egypte.

De oude Babyloniërs waren de eerste mensen die algebraïsche concepten gebruikten bij het oplossen van wiskundige problemen. Ze ontwikkelden een systeem van lineaire vergelijkingen om problemen op te lossen die verband hielden met landmetingen en handel. Ze gebruikten een notatiesysteem om onbekende grootheden weer te geven, vergelijkbaar met de manier waarop we tegenwoordig variabelen in de wiskunde gebruiken.

De oude Grieken droegen ook bij aan de ontwikkeling van de algebra, maar hun benadering van algebra was meer geometrisch. Zij gebruikten geometrische vormen en constructies om problemen op te lossen in plaats van algebraïsche notaties.

Het was in de Islamitische Gouden Eeuw dat de algebra, zoals we die nu kennen, vorm begon te krijgen. Hierin speelde Al-Khwarizimi een belangrijke rol. Hij ontwikkelde algebraïsche methoden voor het oplossen van vergelijkingen en ontwikkelde regels. Al-Khwarizimi schreef hierover een boek, "Al-jabr wa'l-muqabalah". Dit boek schreef hij in de 9e eeuw en wordt beschouwd als één van de meest invloedrijke boeken over algebra in de geschiedenis.

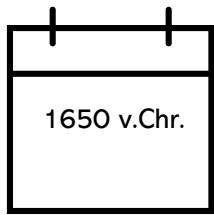
Algebra bleef zich gedurende de Middeleeuwen en de Renaissance ontwikkelen, met bijdragen van Europese wiskundigen zoals Francois Viète en René Descartes. Met name Descartes staat bekend voor het ontwikkelen van het moderne coördinatensysteem, waarmee algebraïsche vergelijkingen omgezet konden worden in meetkunde.

Tegenwoordig is algebra een essentieel onderdeel van de wiskunde en wordt het op een groot aantal gebieden gebruikt, van wetenschap en techniek tot economie en financiën.

Inhoud

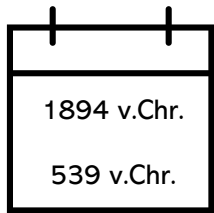
Inleiding	1
De woordelijke tijdlijn.....	3
De tijdlijn in een plaatje.....	11
Literatuurlijst	12

De woordelijke tijdlijn



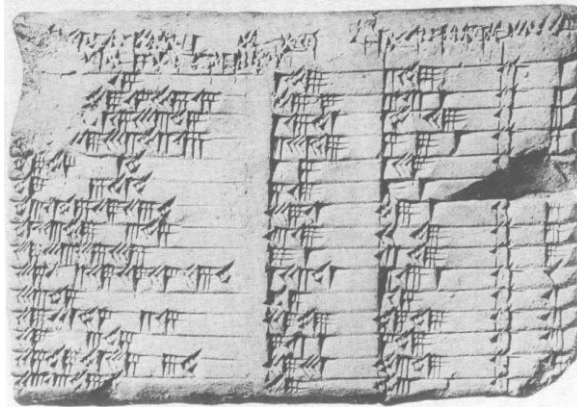
Eén van de oudste overblijfselen uit het oude Egypte is de Papyrus Rhind. Vernoemd naar de negentiende-eeuwse archeoloog A. Henry Rhind die de papyrus naar Engeland bracht. De Papyrus Rhind is geschreven ongeveer 1650 v. Chr door een man genaamd Ahmes. Op de Papyrus staan aan de ene kant uitgebreide tabellen die gebruikt werden voor vermenigvuldigingen en aan de andere kant een verzameling opgaven die bedoeld waren om scribenten op te leiden. Wat waren scribenten? Scribenten waren mensen die in opdracht van de overheid bepaalde wiskundige problemen moesten oplossen. (bv oppervlakte berekenen, belastingen uitrekenen).

In de Papyrus werden eenvoudige lineaire vergelijkingen opgelost. Deze werden omschreven met woorden. De notatie was destijds nog niet met x en y . Een voorbeeld van een probleem was: Een hoeveelheid; de helft ervan en een derde worden er aan toegevoegd. Het wordt 10. Dit zouden we in deze tijd noteren als $x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x = 10$. We weten ook door het papyrus dat de oude Egyptenaren breuken schreven, ook in een vergelijkingen, als de som van stambreuken. De oplossing van de vergelijkingen in deze vorm werd gedaan door een getal in te vullen en dan te kijken wat voor antwoord eruit kwam. Dit antwoord werd vermenigvuldigd tot je bij het gezochte getal was. Deze methode van vergelijkingen oplossen werd regula falsi genoemd (Chace, 1927).

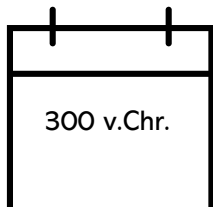


De Babyloniërs (1894 v.Chr. – 539 v.Chr.) waren met wiskunde al een stukje verder dan de oude Egyptenaren. Dit kwam voornamelijk door hun goed werkende zestigtallig getalstelsel. Ook wel het sexagesimaal stelsel genoemd. Hier gebruikten ze maar twee symbolen voor, een `spijker` en een `winkelhaak`. De Babyloniërs waren in staat om een kwadratische vergelijking met 1 onbekende op te lossen. Dit kan je beschouwen als de eerste vorm van de ABC-formule (hoewel die voor ons moeilijk te ontcijferen is in deze vorm). De Babyloniërs hadden bijna geen getallen of symbolen om hun problemen te omschrijven. Dat deden ze met woorden op kleitabletten met af en toe een voorbeeld erbij. Ze hielden zich ook al bezig met het oplossen van vergelijkingen met twee of meer onbekenden. Op één van de bekendste kleitabletten, nummer 322 in de Plimpton collectie, staan pythagoreïsche drietallen, de drietallen blijken de lengte breedte en de diagonale zijde te zijn van een vierkant. De Babyloniërs konden de schuine zijde (hypotenusa) heel goed benaderen tot wat wij nu kennen als $\sqrt{2}$. Het verschil is kleiner dan een miljoenste. Als je naar de tweede en derde kolom kijkt van de kleitabel en je noemt deze b en c , dan staat er $c^2 - b^2$ en dat is het gehele getal van een a in het kwadraat. Kolom a staat niet op de kleitabel, maar elk getal $c^2 - b^2$ is een getal wat een kwadraat is van een ander geheel getal wat je kan opvatten als a^2 .

Hier zien we de vergelijking $a^2 + b^2 = c^2$ ontstaan. 2200 jaar eerder dan Pythagoras, de naamgever van deze vergelijking.



FIGUUR 1: PLIMPTON 322: 'S WERELDS EERSTE TRIGONOMETRISCHE TAFEL, MET DANK AAN DE RARE BOOK AND MANUSCRIPT LIBRARY, COLUMBIA UNIVERSITY



Daarnaast is er rond 300 v.Chr. de Papyrus van Caïro geschreven. In deze papyrus stonden meer specialiseerde teksten die zich bezighouden met wiskundige problemen die verband houden met geometrie en volume.

De Caïro Papyrus bevat een verzameling wiskundige problemen en oplossingen, waaronder rekenkundige, meetkundige en algebraïsche problemen. Het biedt waardevol inzicht in de wiskundige kennis en methoden van de oude Egyptenaren, die wiskunde op grote schaal gebruikten op verschillende gebieden, zoals techniek, landbouw en handel.

Eén van de beroemdste problemen in de Caïro Papyrus is de berekening van de inhoud van een afgeknotte piramide. Het probleem is het vinden van de inhoud van een piramide met een rechthoekige basis, waarvan de hoogte onbekend is maar de inhoud van het afgeknotte deel is gegeven. Dit probleem demonstreert het gebruik van algebraïsche methoden om complexe wiskundige problemen in de oudheid op te lossen (Vafea, 2001).

De Caïro-papyrus bevindt zich momenteel in het Egyptisch Museum in Caïro en is een belangrijke bron voor de studie van de oude Egyptische wiskunde en cultuur.

De oude Grieken kenden enkel positieve gehele getallen en eenvoudige breuken. Net als de Egyptenaren en Babyloniërs. De Elementen (300 v.Chr.) van Euclides bracht daar verandering aan.

Euclides was een wiskundige uit Alexandrië (een stad in Egypte). In de Griekse tijd werd er veel gedaan aan wiskunde. En in het bijzonder door Euclides. Tot nu toe waren er enkel gehele getallen en simpele rationale getallen. Irrationale getallen zoals de wortels bestonden toen nog niet als getal. Bijvoorbeeld de lengte van een zijde van het vierkant met de oppervlakte van 5, zoals het vierkant hiernaast.

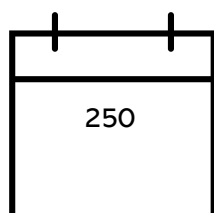
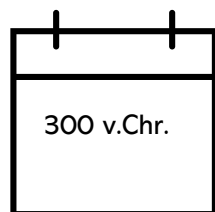


De Grieken konden met gewone getallen dus helemaal niets. Maar toch wisten ze een manier om toch de zijde op te lossen. De getallen die ze wilde hebben schreven ze op als een lijnstuk met de lengte van dat getal. En hiermee deden ze allemaal bewerkingen.

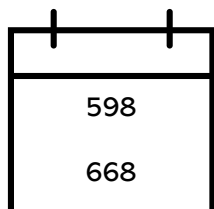
In het boek De Elementen is door Euclides juist een heel groot deel gewijd aan deze verhoudingen. Er konden eerdere resultaten uit de geschiedenis uiteindelijk bewezen worden met deze methode. Echter voor de hedendaagse algebra was deze aanpak onmogelijk.

Uiteindelijk werd in het jaar 250 door Diophantus van de meetkundige manier afgestapt. Diophantus, ook een Griekse wiskundige, voerde een verkorte symbolische notatie voor vergelijkingen in (Hettle, 2015). Hij schreef het boek Arithmetica met daarin 130 algebraïsche problemen en oplossingen. Het boek bestond oorspronkelijk uit 13 delen waarvan er 6 in de loop der tijd zijn overgebleven. Later zijn nog 4 boeken gevonden in een Arabische vertaling. Diophantus was in zijn tijd een pionier, die tegen de draad in van de andere Griekse wiskundige dacht en werkte. Hij schreef het boek Arithmetica niet met meetkundige aspecten zoals de andere wiskundige in die tijd maar hield het bij een algebraïsche benadering. Hij had ook alleen positieve rationale getallen als antwoordt. Als hij twee positieve antwoorden kreeg uit zijn vergelijkingen gebruikte hij maar 1 van deze antwoorden. Diophantus kon wel werken met negatieve getallen, hij gebruikte $(x-3)(x-4)$ al wel om problemen op te lossen, maar zag negatieve getallen niet als antwoordt.

In het boek Arithmetica beschrijft Diophantus 130 problemen met hun oplossingen. Hij geeft verder geen tekst of uitleg maar lost de problemen op met getallen. Diophantus lost de problemen op met de vergelijkingen waar we nu nog steeds mee werken in de wiskunde. Het zijn oplossingen in de eerste graad met meerdere onbekende en oplossingen in tweede graad en hoger met 2 of meer onbekende. Diophantus zorgde door twee dingen voor een vooruitgang in de wiskunde. Hij verruimde het getalbegrip door een breuk als een geheel getal te zien in plaats van een verhouding van getallen. Hij gebruikte symbolen voor onbekenden. Vandaag de dag lijkt dat heel normaal maar in de tijd van Diophantus was dit zeer ongebruikelijk. Waarom is de wiskunde van Diophantus zo belangrijk geweest voor ons, hij bewees niets maar loste alleen de problemen op. De oplossingen van Diophantus en

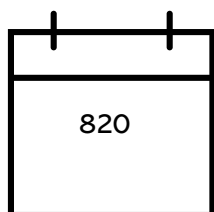


rekenmethode waren de basis voor andere wiskundigen om op door te gaan en wel een bewijs te vinden. Eén van de bekendste wiskundige die verder ging met de oplossingen Van Diophantus was Piérre de Fermat. Fermat bewees verscheidene problemen door Diophantus geschreven, de bekendste stelling van Fermat ($x^n + y^n = z^n$ voor $n \geq 3$ geen oplossingen heeft) is pas laatst bewezen door A. Wiles (Stroeykens, 1995).



Via het Perzische rijk en Alexander de Grote kwam de Indiase bevolking ook in aanraking met wiskunde. Met de Griekse wiskunde als voorloper maakten zij belangrijke vervolgstappen decimale getal stelsel ontdekt.

Eén nummer miste echter nog, namelijk de nul. De Indiër Brahmagupta (598 – 668) heeft de nul geïntroduceerd. Hij heeft duidelijke regels en uitleg gegeven over het gebruik van de nul. In Gwalior (midden India) zou dit nummer op de muur zijn gegraveerd. Dit nieuwe nummer was 'de nul'. Het is vreemd om na te gaan dat hiervoor nog nooit het getal 0 gebruikt werd als nul zoals wij die nu kennen, maar enkel als eventuele plaatsaanduiding of voor een lege plek. De Indiase bevolking veranderde dit juist naar een echt nummer welke gebruikt kon worden voor rekenen en onderzoek. Ze konden nu gigantisch grote getallen op een hele efficiënte manier opschrijven. De introductie en erkenning van nul als getal had een grote invloed op de wiskunde en legde de basis voor de ontwikkeling van moderne cijfersystemen en geavanceerde wiskundige concepten.



Een andere Arabische wiskundige die veel invloed heeft gehad op de algebra is Al-Khwarizmi. Al-Khwarizmi was actief in de 9^e eeuw. Hij heeft met geleerde kennis van anderen meerdere boeken geschreven. Eigenlijk was Al-Khwarizmi een verzamelaar. Een flink deel van al zijn geschreven werk zou deel uitgemaakt kunnen hebben van de minder wetenschappelijke en meer praktische traditie. Hij is een voorbeeld van het leren van wetenschappelijke wiskunde uit een minder wetenschappelijke traditie (Berlinghoff & Gouvêa, 2019)

Uiteindelijk komt het woord algebra uit het Arabisch. Rond het jaar 820 schreef wiskundige Al-Khwarizmi een boek over letterrekenen, getiteld Al-Jabr Mugubalah. In Al-Jabr kun je het wordt algebra herkennen.

Al-Khwarizmi was één van de eerste wiskundige die een systematisch en logisch stappenplan had voor het oplossen van lineaire en kwadratische vergelijkingen. Hij schreef een boek wat de naam 'Al-jabr w'al mugabala'. De Nederlandse vertaling hiervan is 'de theorie van transformatie en herstel'.

Het boek werd gebruikt voor diverse problemen in de landbouw, handel en erfrecht.

Al-Khwarizmis methode voor het oplossen van lineaire en kwadratische vergelijkingen werkte door de vergelijking eerst te reduceren tot één van de zes standaardvormen. Hierbij waren b en c positieve gehele getallen.

1. $ax^2 = bx$
2. $ax^2 = c$
3. $bx = c$
4. $ax^2 + bx = c$
5. $ax^2 + c = bx$

6. $bx + c = ax^2$

Het boek had niet voor niets de naam 'Al-jabr w'al mugabala'. 'Al-jabr' staat voor herstel of voltooiing. Dit is het proces van verwijderen van negatieve getallen, wortels en kwadraten uit de vergelijking door dezelfde hoeveelheid aan elke zijde toe te voegen. 'Al-mugabala' staat voor balanceren en is het proces waarbij hoeveelheden van hetzelfde type naar dezelfde kant van de vergelijking worden gebracht.

Een voorbeeld van Al-jabr is:

$$x^2 = 40x - 4x^2 \text{ wordt vereenvoudigd tot } 5x^2 = 40x.$$

Een voorbeeld van Al-mugabala is:

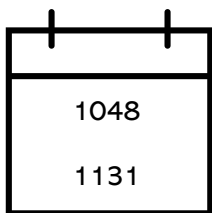
$$x^2 + 14 = x + 5 \text{ wordt vereenvoudigd tot } x^2 + 9 = x$$

Het bijzondere is wel dat Al-khwarizmi de vergelijkingen niet op deze manier schreef, maar juist in verhalen. Een mooi voorbeeld is:

"If someone says: "You divide ten into two parts: multiply the one by itself; it will be equal to the other taken eighty-one times." Computation: You say, ten less a thing, multiplied by itself, is a hundred plus a square less twenty things, and this is equal to eighty-one things. Separate the twenty things from a hundred and a square, and add them to eighty-one. It will then be a hundred plus a square, which is equal to a hundred and one roots. Halve the roots; the moiety is fifty and a half. Multiply this by itself, it is two thousand five hundred and fifty and a quarter. Subtract from this one hundred; the remainder is two thousand four hundred and fifty and a quarter. Extract the root from this; it is forty-nine and a half. Subtract this from the moiety of the roots, which is fifty and a half. There remains one, and this is one of the two parts." (Rosen, 1831)

Een ander beroemde Arabische wiskundige, Omar Khayyám, werd in 1048 geboren in de plaats Khorasan, wat nu centraal-Iran is. Hij was in dienst bij de Seltsjoekische sultan Malik Sjah. Omar werkte mee aan het hervormen van de kalender en het stichten van een sterrenwacht in Esfahan. Voor zijn 25e schreef Khayyám al belangrijke teksten over wiskunde en daarom was hij voor deze functie gevraagd. Samen, met nog 7 geleerden, ontwierp hij de Jalali-kalender. Deze was beter dan de toenmalige West-Europese Juliaanse kalender en ongeveer even nauwkeurig als ons huidige kalender;.

Khayyám schreef "Verhandeling over de oplossing van de algebraproblemen", hij ontwierp daar een theorie over het oplossen van derdegraads vergelijkingen. Deze meetkundige problemen waren al door de Grieken, 400 voor Christus, bekeken (De Wit, 2017). Zijn theorie was gebaseerd op het vinden van snijpunten van kegelsneden, bv hyperbolen en cirkels. Omar vond de positieve oplossingen van derdegraads vergelijkingen door de snijpunten van een hyperbool (met onderlinge loodrechte asymptoten) en een cirkel te berekenen. Dit deed hij door interpoleren met goniometrische tabellen. Hij benaderde zijn oplossing. Omar Khayyám schreef een heel serie van oplossingen voor derdegraads vergelijkingen. Hij schreef door op eerdere geschriften van wiskundige al-Mahani en al-Khazin. Omar Khayyám was ook de eerste die ontdekte dat een derdegraads vergelijking



meer dan 1 oplossing had. Een algebraïsche verklaring daarvoor werd pas in de 16de eeuw geschreven door de Italiaanse wiskundigen Del Ferro, Tartaglia en Ferrari.

Bhaskara was een wiskundige uit India die in de twaalfde eeuw leefde (1114 – ca 1185). Bhaskara was zoon van Brahmaan een bekend astroloog. In deze periode van, 1000 tot 1500 na Chr, gebeurde er niet zoveel op het gebied van wiskunde in India. Of er is weinig werk teruggevonden van deze tijd. Er is wel werk gevonden van Bhaskara, die zich bezig hield met het oplossen van vergelijkingen, getaltheorie, rekenkunde, oppervlakte- en inhoudsbepalingen en astronomie. Bhaskara schreef, naar we weten, 6 boeken over de verschillende onderdelen van wiskunde. Hij was heel breed georiënteerd en ontwikkeld. Zijn boek Bijanganita gaat over algebra en dan met name over het oplossen van eenvoudige kwadratische en derdegraadsvergelijkingen. Zijn boek Lilavati is het meest bekend en daarin gaat het om onderwerpen die in die tijd heel populair waren: lineaire en kwadratische vergelijkingen, eenvoudige oppervlakte- en inhoudsberekeningen, rekenkundige en meetkundige vorderingen, irrationale getallen, Pythagoreïsche drietallen (Joyce, 2006)

Bhaskara borduurde voort op de wetenschap van zijn Indische voorganger Brahmagupta. Deze maakte al gebruik van het getal nul en negatieve getallen. Bhaskara ging daarin nog verder en kwam erachter dat je bij kwadratische oplossingen twee antwoorden had en hij kwam met twee antwoorden bij een wortel (MacTutor, z.d.).

Uiteindelijk gaat de wiskunde verder in Italië, in de renaissance. Een belangrijke wiskundige die een goede bijdrage heeft geleverd aan de algebra is Cardano. Cardano is geboren in 1501 in het Italiaanse Pavia. In zijn studententijd is hij wiskunde gaan studeren aan de universiteit van Milaan. Toen hij afgestudeerd was heeft Cardano besloten verder te werken in de wiskunde als hoogleraar.

Cardano was één van de meest invloedrijke wiskundige in de renaissance. Zijn meest bekende werk is het boek Ars Magna welke hij in 1545 heeft gepubliceerd. In dit boek werd de oplossing van kwadratische formules weergegeven waarbij de wortel van een negatief getal kon worden getrokken. Zijn vraag was hierbij: Hoe krijg ik de wortel van een negatief getal weg?

Stel: verdeel 10 in twee delen zodat deze twee getallen samen keer elkaar 40 zijn. Dit is natuurlijk onmogelijk.

Cardano schreef het volgende:

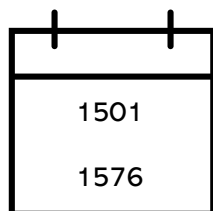
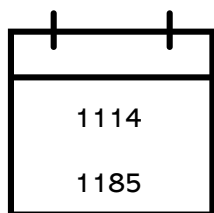
$$5 + \sqrt{-15} \text{ en } 5 - \sqrt{-15}.$$

$$5 + \sqrt{-15} + 5 - \sqrt{-15} = 10$$

$$(5 + \sqrt{-15}) \times (5 - \sqrt{-15}) = 40$$

Maar de wortel uit een negatief getal was gewoon onmogelijk. De wortel van 9 is 3, maar de wortel van -9, is dat nu 3 of -3?

Bombelli, een student van Cardano, kwam er op een gegeven moment achter dat wanneer positieve en negatieve getallen niet werkten, dat er dan een nieuw nummer ontdekt moest worden. Hij was hierdoor de ontdekker van het imaginaire getal.



Bombelli is vooral bekend om zijn werk op het gebied van algebra, met name zijn bijdragen aan het begrijpen en oplossen van complexe getallen. Zijn werk speelde een cruciale rol in de ontwikkeling van de complexe getaltheorie, die een fundamenteel onderdeel is geworden van de moderne wiskunde.

Bombelli's belangrijkste werk is zijn boek getiteld "L'Algebra" (Algebra), gepubliceerd in 1572. In dit boek introduceerde Bombelli een systematische behandeling van complexe getallen en bewerkingen waarbij ze betrokken zijn. Hij presenteerde een duidelijke en samenhangende uitleg van complexe rekenkunde, inclusief optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen van complexe getallen.

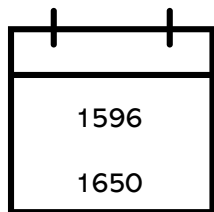
De eerste zet was om het getal $\sqrt{\textit{negatief}}$ te noemen. Foir, Del Ferro, Tartaglia en Cardano zeiden allemaal: nee, onmogelijk, echt niet. Bombelli echter: misschien wel mooi!

Omdat het getal noch positief noch negatief is kan het niet op de getallenlijn geplaatst worden. Hierdoor kwam het imaginaire nummer tot leven.

Tot deze tijd werd algebra altijd nog beschreven in woorden. Een symbolisch systeem was er nog niet. Tot een Franse filosoof hier een boek over schreef. René Descartes was een briljante wiskundige en filosoof en staat voor het begin van de analytische meetkunde. Hij twijfelde aan alles tot dat het exact bewezen werd. Cogito ergo sum, (ik denk, dus ik ben). Descartes koppelde de algebra en meetkunde aan elkaar en daardoor werd het mogelijk om meetkundige figuren te schrijven als een vergelijking. Hierdoor hebben we de notatie (X en Y) van vergelijkingen te danken aan Descartes.

Over Descartes is enorm veel te lezen en te schrijven, hij was een visionair waarop nog veel wiskundige zijn doorgegaan op zijn theorie en gedachtegoed. Bekende wiskundige die verder zijn gegaan met het werk van Descartes waren bv Leibniz, Spinoza en de Nederlander Frans van Schooten. Descartes had een goede band met de Nederlander omdat hij een ruime tijd in Nederland doorbracht. Hij verbleef onder andere in Leeuwarden, Franeker (zat nog op de universiteit in Franeker), Middelburg, Leiden, Amsterdam en gaf les op de universiteit van Utrecht.

Descartes is bekender om zijn aandeel in de wetenschappelijk revolutie om aan alles te twijfelen tot dat het bewezen is. Hij heeft een grote aanzet gehad in de mechanistische wetenschap en was een inspiratiebron voor Isaac Newton. Twee van bekendste boeken waren La Géométrie en Principia Philosophiae.

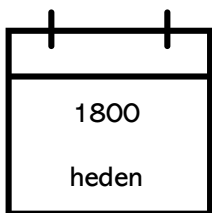


L A
G E O M E T R I E.
L I V R E P R E M I E R.

*Des problèmes qu'on peut construire sans
y employer que des cercles & des
lignes droites.*

Tous les Problèmes de Geometrie se peuvent facilement reduire a tels termes, qu'il n'est besoin par après que de connoître la longueur de quelques lignes droites, pour les construire.

Et comme toute l'Arithmetique n'est composée, que de quatre ou cinq opérations, qui sont l'Addition, la Soustraction, la Multiplication, la Division, & l'Extraction des racines, qu'on peut prendre pour une espee de Division : Ainsi n'a-on autre chose à faire en Geometrie touchant les lignes qu'on cherche, pour les proposer à être connus, que leur en adjoûter d'autres, ou en ôter, Oubien en ayant une, que se nommeray l'unité pour la rapporter d'autant mieux aux nombres, & qui peut ordinairement être prise à discretion, puis en ayant encore deux autres, en trouver une quatrieme, qui soit à l'une de ces deux, comme l'autre est à l'unité, ce qui est le même que la Multiplication, ou bien en trouver une quatrieme, qui soit à l'une de ces deux, comme l'unité

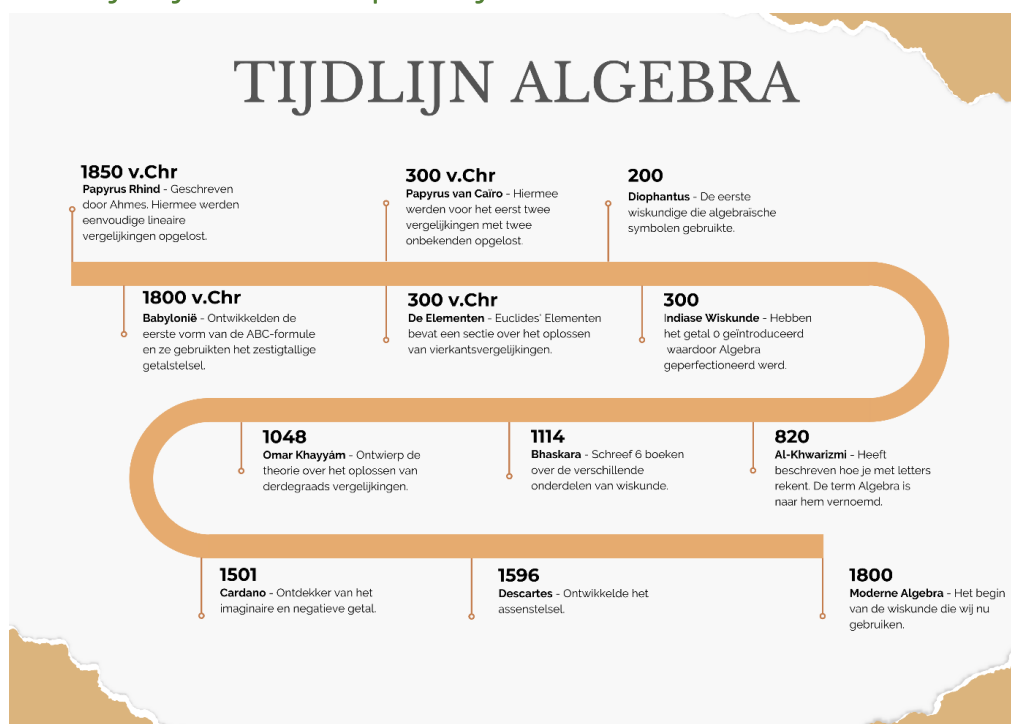


Vanaf 1800 werd algebra pas echt zoals we nu kennen. Algebra kwam los van de rekenkunde en getallen. Abstracte structuren aan de hand van elementaire eigenschappen van de bekende getallenverzameling

Peacock, De Morgan en Hamilton werkten één voor één aan uitbreidingen van elkaars werk. Gibbs werkte aan een algebra van vectoren en Cayley ontwierp een algebra voor matrices.

Wanneer we op de middelbare school algebra leren, vervangen we eenvoudigweg getalen met symbolen. Op deze symbolen kunnen de bekende rekenkundige bewerkingen worden toegepast (+, -, X en :), opdat we vergelijkingen kunnen oplossen.

De tijdlijn in een plaatje



Literatuurlijst

Berlinghoff, W. P., & Gouvêa, F. Q. (2019). *Wortels van de wiskunde: een historisch overzicht voor leraren en anderen*. Epsilon Uitgaven, Amsterdam

Chace, A.B., Manning, H.P., Archibald, R.C. (1927). *The Rhind Mathematical Papyrus*. Mathematical Association of America Oberlin, Ohio, USA.

Hettle, C. (2015). *The Symbolic and Mathematical Influence of Diophantus's Arithmetica*. University of Kentucky.

Joyce, D. (2006). *Outline of the History of Mathematics in India*. Clark University. via <http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/ma105/india.pdf>

MacTutor (z.d.). *Bhaskara*. Geraadpleegd op 15-05-2022 via www.mathhistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Bhaskara_II/

Rosen, F. (1831). *The Compendious Book on Calculation by Completion and Balancing, al-Khwārizmī*.

Sautoy, du. M. (2008). *The Story of Maths*.

Stroeykens, S. (1995). *Fermat eindelijk overwonnen: Andrew Wiles lost drie eeuwen oud wiskundig vraagstuk op*. Uit: De Standaard, 1995 via <https://cage.ugent.be/~hvernaev/Fermat.html>

Vafea, F. (2001). *The Mathematics of Pyramid Construction in Ancient Egypt*. Mediterranean Archaeology and Archaeometry, vol 2, No 1. MAA. Via <http://maajournal.com/Issues/2002/Vol02-1/Full8.pdf>

De Wit, C.L. (2017). *De geschiedenis en methodes voor het oplossen van vergelijkingen en polynomen*. Rijksuniversiteit Groningen. Via: <https://fse.studenttheses.ub.rug.nl/15199/1/ScriptieCynthiadeWitS2306085pdf.pdf>